Lab 6. Étude de la force centripète

But

Établir la formule de la force centripète en faisant varier séparément m, r et F.

$$F = \frac{m\,v^2}{r}$$

Matériel

- Appareil à force centripète Sargent-Welch,
- système de masses et cordes,
- anneaux pour allonger r,
- ressort,
- mètre,
- chronomètre et
- balance de précision.

Théorie

Lorsqu'une masse décrit une trajectoire circulaire à vitesse constante, elle possède une accélération orientée vers le centre du cercle (d'où, le nom centripète), proportionnelle au carré de la vitesse et inversement proportionnelle au rayon.

Une telle accélération n'existerait pas sans qu'on exerce une force centripète égale à

$$F = \frac{m\,v^2}{r}$$

Pour vérifier cette formule, nous allons d'abord devoir la modifier. Nous ne pouvons pas mesurer directement la vitesse au laboratoire. Ce que nous mesurons, c'est plutôt la période de rotation, c'est-à-dire le temps T que met la masse pour faire un tour complet.

$$v = \frac{2\,\pi\,r}{T} \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{m\left(\frac{2\,\pi\,r}{T}\right)^2}{r}$$

$$F = \frac{4\,\pi^2\,m\,r}{T^2}$$

Utilisation de la droite

Comment faire pour bien vérifier que cette formule est juste? Regardons ce qu'elle dit. Nous voyons que mathématiquement, la force centripète est une fonction de trois variables: F(m,r,T). Pour vérifier la formule, nous pourrions faire varier séparément chacune des trois variables « m, r ou T» , puis voir l'effet sur «F» . En montrant que F(m) (avec r et T constant) donne une droite, nous aurions vérifié la *linéarité* de cette relation. Autrement dit, est-il vrai que si on double «m» , ça double la force «F» ? Si oui, ça veut dire que «F» est directement proportionnel à «m» et qu'on a raison d'écrire la formule comme cela.

Nous pourrions alors essayer de vérifier séparément la relation avec chacune de nos trois variables. Dans l'ensemble, pour vérifier la formule, nous devons donc nous assurer que F(r) est une droite, F(m) est une droite et $F(T^2)$ est une droite. Pendant qu'on fait varier une quantité, les deux autres doivent rester bien constantes, sinon les variations vont se superposer et nos points vont s'écarter de la droite pour former une courbe. Et si on réussit à obtenir des droites, on aura établi la relation.

Ceci est important. Je vais donc répéter d'une autre façon: pourquoi cherche-t-on toujours à obtenir une droite? ***Parce qu'il est facile (en jugeant de l'alignement des points) de vérifier si la relation mathématique y = mx + b est respectée bien, passablement ou pas du tout. C'est un procédé mathématique primitif qui nous permet de certifier une relation mathé matique.*** Il faut donc se méfier des fausses droites et essayer de détecter une courbure éventuelle. S'il n'y en a pas, notre relation tient.

Sauf qu'à ce stade, il y a une difficulté en vue. Car nous ne sommes pas capables de faire varier r sans faire varier aussi la période T, à cause de la façon dont notre montage est fait.

Indépendance des variables

Autrement dit, nous ne pouvons pas décider que la période sera 1,33 s et fixer les autres variables avant de faire l'essai. Mais nous pouvons contourner cet obstacle en changeant indépendamment la masse, le rayon et la force. Ensuite, en faisant tourner la masse, nous pouvons mesurer la période du mouvement. La période T est donc la variable *dépendante*.

Les trois autres variables sont *indépendantes,* dans le sens qu'on peut contrôler leur valeur, indépendamment du reste. Les variables *indépendantes* seront tour à tour « m, r et F» . Nous allons donc modifier la formule, pour placer T sur le trône:

$$T^2 = \frac{4\,\pi^2\,m\,r}{F} \qquad \text{(formule de référence 1)}$$

Notre tâche dans cette expérience sera donc de vérifier que:

1° $T^2(m)$ est une droite, 2° $T^2(1/F)$ est une droite* et 3° $T^2(r)$ est une droite

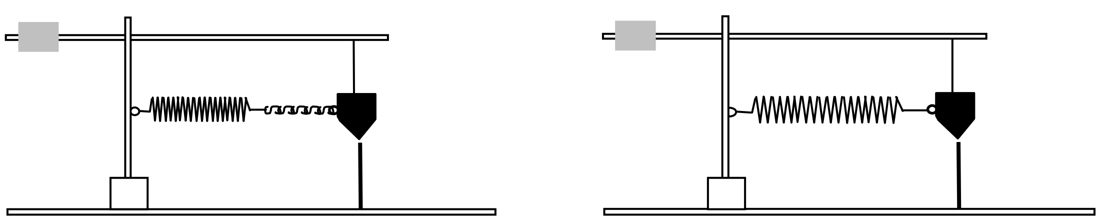
De plus, nous allons à chaque fois vérifier que les pentes sont les mêmes que celles prescrites dans la théorie et si c'est vrai, nous aurons démontré la relation elle-même. Nous l'aurons ***établie***.

(a) Vérification de la relation entre T et m

Il est facile de garder F et r constants (en gardant le ressort tel quel, F dépend directement de r et les deux gardent la même valeur). En changeant la masse, vous allez modifier la période. Un graphique de T^2 en fonction de m devrait donner une droite dont la pente devrait être égale à une certaine constante de proportionnalité. Je ne vous la donne pas, mais je vous suggère d'aller voir la relation de référence 1 pour la trouver. Dans votre cahier de labo, notez bien les valeurs de m et de r que vous aurez maintenu. Cela servira de vérification. Assurez-vous aussi de faire des essais avec les valeurs extrêmes de la masse pour être en mesure d'argumenter que oui ou non votre courbe donne une droite.

(b) Vérification de la relation entre T et F

Il s'agit ici de faire varier la force F exercée par le ressort, sans que m ou r ne varient. Comme F dépend de l'étirement du ressort, cela implique qu'on modifie la longueur du ressort lui-même. Quelques anneaux ajoutés au ressort feront une force plus petite pour un rayon donné. Évidemment, on ne peut pas diminuer la tension en dessous de zéro alors il faut planifier nos essais pour que la tension puisse devenir grande (choisir r assez grand).



Comment faire varier F sans changer r...

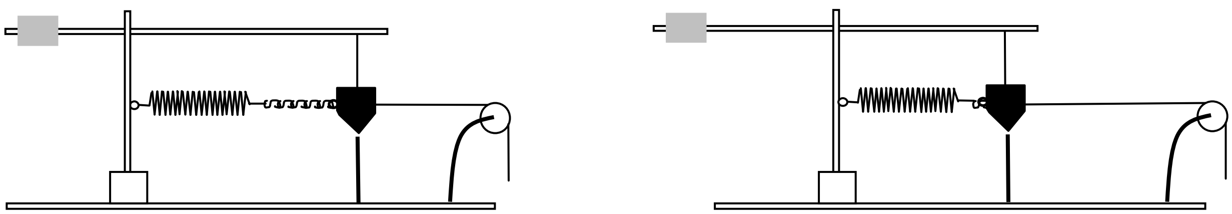
* On a le droit de définir une variable α qui est l'inverse de la force. Alors, la formule de référence devient: $T^2 = 4\pi^2 mr\alpha$ et il nous reste à faire le graphique de T^2 en fonction de α.

La relation théorique entre T et F s'exprime comme ceci:

$$T^2 = 4\pi^2 m r \left(\frac{1}{F}\right) \qquad \text{(formule de référence 2)}$$

Pour obtenir une droite, nous devrons donc faire un graphique de T^2 en fonction de (1/F). Quelle pente obtiendrons-nous sur un tel graphique? Pouviez-vous deviner avant de le faire?

(c) Vérification de la relation entre T et r



Comment faire varier r sans changer F...

Changer le rayon de rotation tout en gardant la même force F et la même masse, voilà qui nécessite encore une fois réflexion. Car pour garder F constante, il faut que le ressort garde toujours le même *allongement*. Cela peut se faire en enlevant ou en ajoutant des anneaux comme sur l'image précédente. Mais avant chaque essai, il faut vérifier si cette condition (F = constante) s'applique toujours. Précaution obligatoire entre chaque essai, s’assurer que la corde est verticale et que la force est assez petite pour aller chercher des rayons petits... La relation entre T et r s'exprime comme ceci:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{F}(r) \qquad \text{(formule de référence 3)}$$

Pour obtenir une droite, nous devrons donc faire un graphique de T^2 en fonction de (r). Quelle pente devrions-nous obtenir sur un tel graphique? Quelle pente obtenez-vous effectivement?

Manipulations

Nous consacrons deux semaines de laboratoire à cette expérience. Cela vous donne le temps de vous familiariser avec le montage, et de décider par vous-mêmes des détails de la manipulation.

Pour chaque relation, vous produirez les tableaux des ***mesures brutes*** (et des autres valeurs au besoin) le graphique et les calculs. La question de l'incertitude est délicate. Évidemment, vous avez de l'incertitude sur vos mesures, mais elle est difficile à estimer à cause des conditions expérimentales. Si vous jugez que votre courbe est une droite, vous pourrez trouver les valeurs extrêmes de la pente et ceci vous permet d'estimer l'incertitude. Ensuite, vous pourrez vous prononcer sur le fait que vos valeur expérimentales soient ou non compatible avec la relation théorique. Voici maintenant quelques conseils:

La période à mesurer est courte, et vos mesures de temps comportent l'incertitude du temps de réaction humain, qui est de l'ordre de 0,3 seconde. Alors la seule façon d'obtenir une précision raisonnable c'est de mesurer plusieurs tours à chaque fois. Plus vous faites de tours, plus vous réduisez l'incertitude. Par contre, une grande partie de précision dépend de la minutie de la personne qui fait tourner le montage et qui maintient la masse bien alignée au-dessus du repère à chaque tour. Et la précision du rayon (à l'oeil) n'est jamais parfaite. Ceci explique pourquoi la reprise d'un même essai ne donnera pas la même valeur. Et c'est correct comme ça.

Lorsqu'on fait varier une quantité, il est nécessaire d'aller chercher les valeurs extrêmes qu'on peut obtenir avec l'appareil. Une fois l'expérience finie, il est trop tard pour revenir là-dessus.

Vos trois relations sont directes, de la forme $y = ax$ et non $y = ax + b$. La différence, c'est que vos courbes doivent obligatoirement passer par zéro. En ne brisant pas vos axes et en partant la courbe à l'origine, votre précision devrait être bien meilleure.

Travail demandé

Vous aurez à produire un rapport de laboratoire semblable dans sa structure à celui que vous avez rédigé pour le laboratoire #4. Mais cette fois, c'est un rapport complet, donc il inclut la partie manipulation (c'est vous qui l'avez conçue donc, il devrait être plus facile d'aller droit au but sans flafla. On doit y retrouver:

a) Une introduction (but, contexte théorique minimal permettant le traitement des données);

b) Une description des méthodes expérimentales utilisées (appareils et matériel utilisés, schéma de montage, description brève du déroulement de l'expérience);
c) Les données et leur traitement (tableau des données, incertitudes, calculs divers, graphiques, tableau des résultats, etc);
d) L'analyse (interprétation des résultats, comparaison avec les données théoriques ou reconnues, analyse de la précision, critique);
e) Une conclusion rappelant les principaux résultats de l'expérience.

En particulier, vous pourrez diviser la section c) (données et traitement) comme suit :

- Bien sûr, présentez toutes vous mesures (y compris les mesures brutes) sous forme de tableaux complets. Présentez les trois graphiques.
- Pour chaque graphique trouvez l'équation de régression du graphique. Notez les valeurs (y compris les coefficients de régressions et si vous le pouvez les incertitudes).
- Pour chaque pente de graphique, Calculez à partir des valeurs des autres paramètres, la pente «théorique» obtenue par la formule. Faites un tableau des résultats Indiquez-y également l'écart relatif (pourcentage d'écart).

Pour la section d) (analyse). En vous servant de vos résultats, répondez aux questions:

- Êtes-vous satisfaits de vos résultats?
- Avez-vous «prouvé» la «formule» théorique de la force centripète. Certains aspects de la relation sont-ils mieux prouvés que d'autres?
- Que pourriez-vous faire pour améliorer la précision de vos mesures et la qualité de votre résultat final?
-