Lab 1. Mesures et calculs d'incertitude

Buts

- Se familiariser avec l'emploi du pied à coulisse et du micromètre.
- Être en mesure d'estimer l'incertitude pour différents types de lectures.
- Distinguer entre incertitude absolue et incertitude relative.
- Calculer des incertitudes.

Matériel

- Gallon à mesurer,
- pied à coulisse,
- micromètre,
- bille d'acier,
- parallélépipède droit,
- cylindre et
- balance.

Théorie

a) Règles de base

Pour échanger les données et les résultats de leurs expériences sans risque de confusion sur la valeur scientifique de leurs travaux, les chercheurs ont convenu de règles simples pour évaluer l'incertitude sur une lecture.

- L'incertitude absolue qui accompagne une lecture détermine les limites probables que peut prendre la lecture. Par exemple, la lecture L = 180,2 ± 0,1 mm signifie que L devrait se situer entre 180,1 et 180,3 mm. En absence d'incertitude sur une mesure expérimentale, le sens donné aux chiffres significatifs prévaut.

- ***À condition d'en distinguer très clairement les repères***, l'incertitude absolue sur une règle ou un étalon gradué est égale à la moitié de la plus petite division. Par exemple, pour un mètre gradué en mm, l'incertitude absolue est de 0,5 mm. En règle générale, si l'expérimentateur est placé dans de mauvaises conditions pour effectuer sa mesure, l'incertitude ***peut être égale à la plus petite division ou plus***. Il doit alors se servir de son bon jugement pour l'évaluer.

- En absence de données techniques plus précises, l'incertitude absolue admise sur un appareil à cadran peut être égale à la moitié de sa plus petite division ***ou à la plus petite division***.

- L'incertitude absolue admise sur un appareil à affichage numérique doit être prise comme la plus petite variation possible de la mesure. Par exemple, on convient d'attribuer une incertitude de 0,01 à une lecture de 23,47 lorsqu'elle aurait pu être 23,48 ou 23,46. Par contre, si la fluctuation est importante, on doit augmenter la marge d'incertitude en conséquence (instabilité de lecture).

- ***Ces règles représentent un minimum***. Lorsque les conditions d'utilisation impliquent une imprécision plus grande, l'expérimentateur doit utiliser son jugement.

- ***L'arrondi*** se pratique à la toute fin du calcul. On procède d'abord à l'arrondi de l'incertitude absolue. En général, on ***garde un seul chiffre significatif à l'incertitude absolue***. Ensuite, on arrondit la quantité elle-même au même rang décimal que son incertitude. Par exemple, le résultat: 6,503 ± 0,044 kg doit être arrondi. On garde un seul chiffre significatif sur l'incertitude absolue, ce qui donne ± 0,04 kg, et on arrondit la masse elle-même en fonction du rang décimal de l'incertitude, c'est-à-dire au centième de kg. Le résultat final est 6,50 ± 0,04 kg.

- Lorsque l'incertitude est supérieure à 10 unités (ou lorsque la notation traditionnelle donnerait une ambiguïté), il vaut mieux utiliser la notation scientifique. Par exemple, la masse M = 65 031 ± 440 kg doit aussi être arrondie. Les règles précédentes donneraient M = 65 000 ± 400 kg, ce qui pourrait donner l'impression qu'il y a trois chiffres significatifs à l'incertitude. Pour dissiper ce malentendu, on met la quantité en notation scientifique et on arrondit ensuite en procédant comme précédemment: 65 031 ± 440 kg devient $(6{,}5031 \pm 0{,}044) \times 10^4$ kg et l'arrondi donne $(6{,}50 \pm 0{,}04) \times 10^4$ kg. La quantité et son incertitude sont exprimées dans les mêmes unités et selon le même facteur.

b) Le pied à coulisse

Le pied à coulisse consiste en une règle fixe sur laquelle glisse un vernier. A noter, les graduations du vernier sont plus serrées que celle de la règle fixe. En effet, 10 graduations du vernier égalent en longueur 9 graduations de la règle fixe. Ainsi, chaque graduation du vernier est de 1/10 de millimètre plus courte que la graduation de la règle fixe. En conséquence, la graduation du vernier en ligne avec une graduation quelconque de la règle fixe donne le nombre de dixièmes de mm à ajouter à la lecture indiquée par l'index de la règle fixe, laquelle correspond au mm précédent l'index. L'incertitude absolue d'un pied à coulisse correspond à la plus petite division de la règle fixe divisée par le nombre de divisions du vernier; le pied à coulisse que vous utiliserez au labo est divisé en mm et le vernier comporte 10 divisions, ce qui implique ***une incertitude de ± 0,1 mm***.

c) Le micromètre

Les graduations au-dessus de la ligne horizontale tirée le long du barillet correspondent à des mm. Les divisions sous la ligne indiquent les demi-mm. Le manchon pour sa part a 50 divisions. Comme il faut 2 rotations du manchon pour le déplacer de 1 mm le long du barillet, chaque division du manchon correspond donc à 1/100 de mm. L'incertitude d'un micromètre correspond généralement à sa plus petite division. Celui que vous utiliserez est précis au centième de mm, ce qui veut dire ***une incertitude de ± 0,01 mm***.

d) Calcul d'incertitude

1 Soit une mesure X = 25,1 ± 0,5 cm. On appelle "valeur centrale" , la valeur 25,1 cm car cette valeur est au centre de l'intervalle d'incertitude. On appelle "incertitude absolue" la valeur de 0,5 cm car elle représente la quantité à ajouter ou à soustraire pour obtenir l'intervalle d'incertitude. L'incertitude relative de la mesure est le rapport de l'incertitude absolue sur la valeur centrale et s'exprime donc par $\Delta x/x$. Dans notre exemple, $\Delta x/x. = 0,5 \div 25,1 \approx 0,02$. Ceci signifie que la mesure est précise à ± 2%.

2 Soit une quantité Z = X + Y, l'incertitude absolue de Z est égale à la somme des incertitudes absolues de X et de Y:

$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$ La règle est la même pour une différence.

En résumé, ***dans une somme, on additionne les incertitudes absolues.***

3 Soit une quantité Z = X * Y, l'incertitude relative de Z est égale à la somme des incer-

titudes relatives de X et de Y:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$$ La règle est la même pour un quotient.

En résumé, ***dans un produit, on additionne les pourcentages d'incertitude.***

4 Soit une quantité Z fonction d'une quantité X, Z = F(X). Lorsque l'incertitude sur X est petite (presque toujours le cas), on peut procéder au calcul de la valeur minimale et de la valeur maximale pour obtenir l'incertitude sur Z.

$Z_{min} = F(X_{min} \text{ ou } X_{max})$ $Z = F(X)$ $Z_{max} = F(X_{max} \text{ ou } X_{min})$

$$\Delta Z = \tfrac{1}{2}(Z_{max} - Z_{min}) \approx Z - Z_{min} \approx Z_{max} - Z$$

5 Soit une quantité Z fonction d'une quantité X, Z = F(X), l'incertitude absolue de Z est obtenue à partir de la formule de la différentielle:

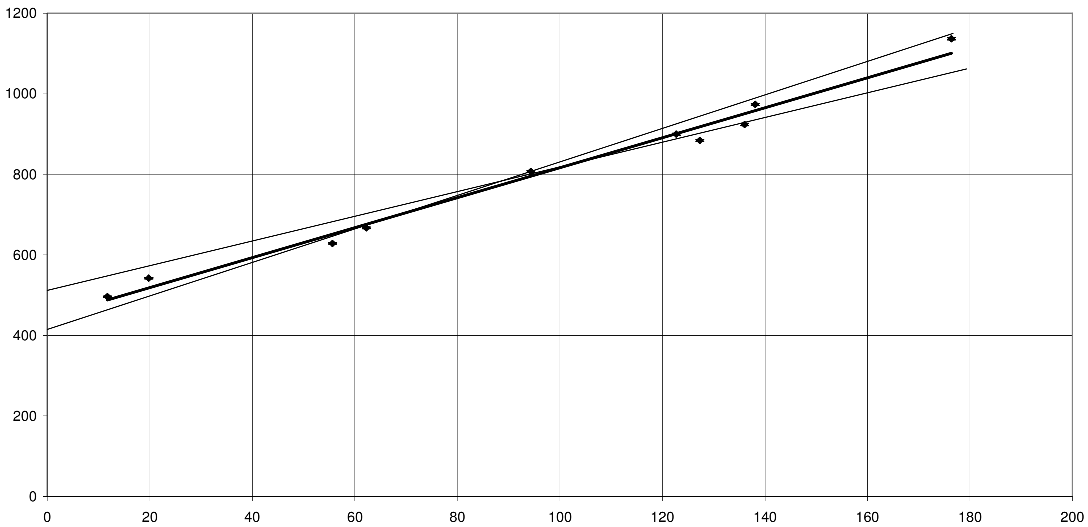
$\Delta Z = F'(X) \cdot \Delta X$ où F'(X) est la dérivée de F par rapport à X

Cette dernière formule est valable pour toutes fonctions à 1 variable.

En résumé, ***dans une fonction plus complexe qu'une multiplication, on peut trouver l'incertitude en remplaçant par les valeurs extrêmes ou en utilisant la dérivée.***

6 La valeur de ***la pente*** d'un graphique s'évalue en traçant la droite moyenne et en trouvant $\Delta y/\Delta x$ entre deux points assez éloignés. Comment trouve-t-on l'incertitude sur la pente ? En s'inspirant de la technique expliquée en 4, on peut tracer la droite ***la moins penchée*** compatible grosso modo avec l'ensemble des points ainsi que la droite ***la plus penchée***. Les pentes de ces droites nous fournissent alors les valeurs minimale et maximale de la pente et on continue comme en 4. Par exemple dans l'exemple du graphique de la page suivante, la pente donnée par le calcul optimal de l'ordinateur est 3,7215 alors que les pentes extrêmes sont 3,7143 et 3,5897. On trouve alors l'incertitude en faisant (pente max – pente min) ÷ 2 = 0,0623. On dira donc que la pente est 3,72 ± 0,06 .

Dans le cas où l'on a des raisons de penser que la courbe passe par (zéro, zéro), On trace des droites qui partent de ce point et l'écart entre les pentes (donc l'incertitude) est moins grand.



Présentation en tableaux.

Pour toutes les expériences vous devrez toujours faire des tableaux de mesures, rien que les mesures avec les unités, les incertitudes, **toutes toutes toutes** les mesures. Les incertitudes font partie des mesures, c'est pourquoi on veut les voir dans ce tableau. Et il faut identifier ces mesures. Qu'est-ce que vous mesurez? Ça doit être clair en regardant le tableau.

C'est souvent bien pratique aussi de regrouper les résultats des calculs dans un tableau. Un autre tableau, donnant cette fois-ci les résultats, ou un groupe de résultats. Ce n'est pas interdit qu'il y ait des mesures brutes dans un tableau de résultat. L'idée c'est d'être clair et précis. Pensez que vos tableaux sont pour quelqu'un d'autre, qui n'a pas fait l'expérience, qui ne sait pas ce que vous faites. Ne vous forcez pas pour faire un gros tableau qui contiendrait toutes les données, avec des colonnes en trop à certaines places, etc. C'est souvent bien plus clair de faire quelques petits tableaux bien adaptés à chaque cas.

7. Dans les exercices suivants, exprimez correctement les résultats suivants en utilisant au besoin la notation scientifique et ***en enlevant le préfixe*** devant l'unité. Vous devez arrondir seulement lorsque c'est nécessaire et la notation scientifique est nécessaire là où l'incertitude dépasse 10.

a) 4,35 ± 0,26 mm,

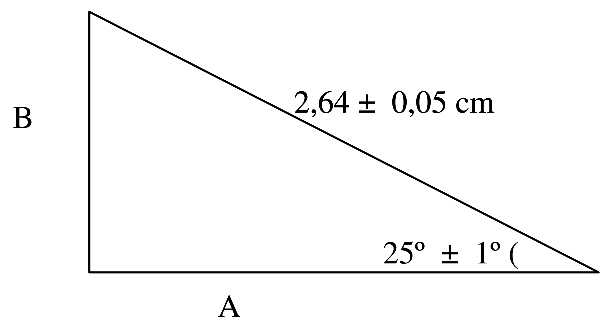
d) 4 989 527,252 ± 3601 kW ,

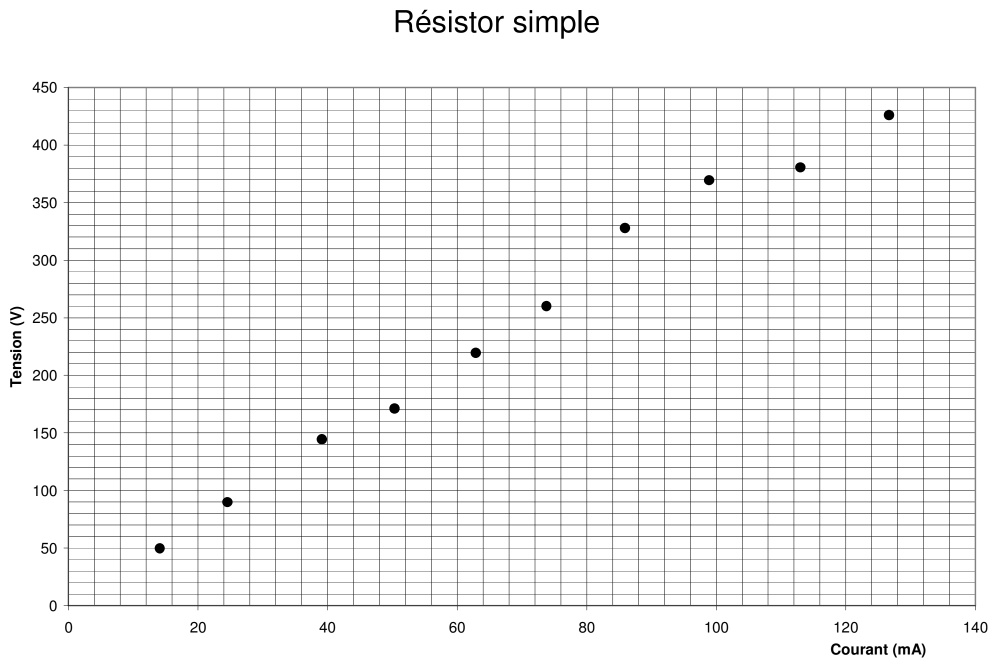
b) 25,48° ± 3°

c) 25 060 ± 346 hectolitres

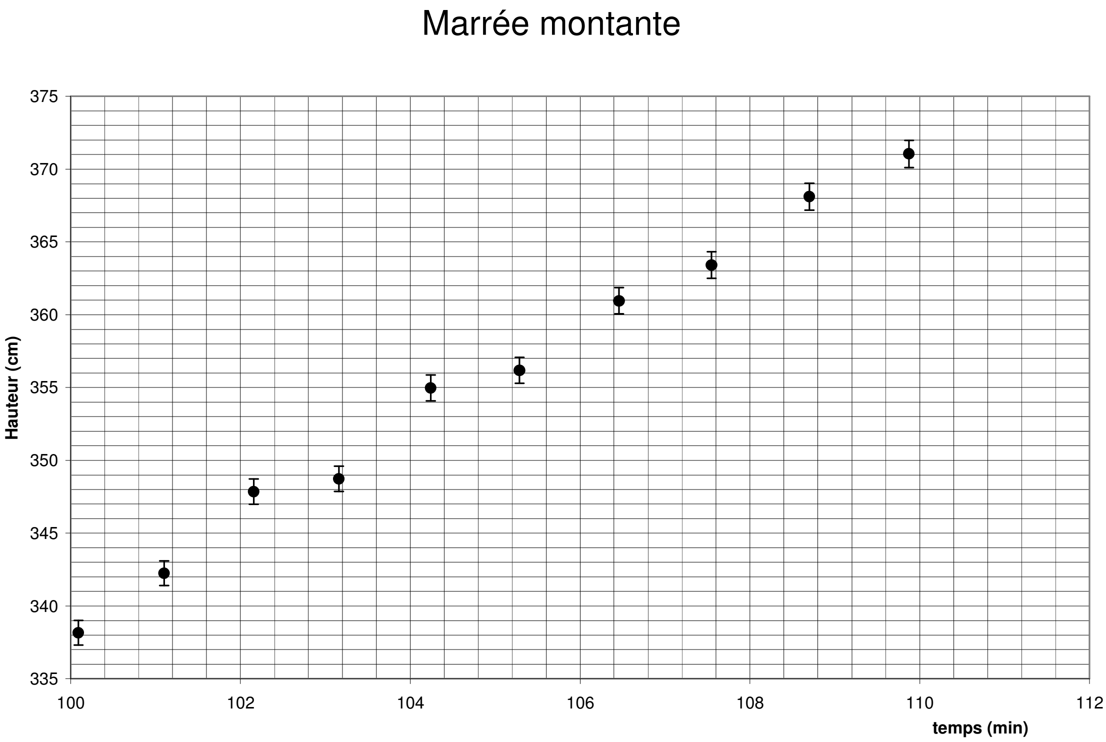
e) 20,164 ± 0,228 μ g

8. Connaissant les dimensions suivantes, calculez les valeurs de A et de B avec leur incertitude absolue. (attention, le cosinus ne varie pas dans le même sens que l'angle!)





9. Dans les graphiques précédent et suivant, trouvez les pentes et leur incertitude. Dans le premier, les V/mA donnent la résistance en kΩ et la courbe passe obligatoirement par l'origine tandis que dans le deuxième cas, il faut trouver en cm/min la vitesse à laquelle monte la marrée.



Manipulation

Toutes les mesures doivent être lues avec leur incertitude absolue.

1. En vous servant du gallon, mesurez la largeur de la table de laboratoire à 5 endroits différents. Faites la moyenne et attribuez-lui une incertitude qui permet de rejoindre les valeurs minimale et maximale de ces mesures. Faites de même pour la longueur.

2. Avec le pied à coulisse, prenez les dimensions du cylindre plein et du cylindre vide.

3. Avec le micromètre, déterminez le diamètre de la sphère.

4. Mesurez l'épaisseur, la largeur et la longueur du parallélépipède avec le pied à coulisse.

5. Mesurez les dimensions d'un des objets extérieurs au « kit » sur la table en avant du laboratoire.

6. Sur la balance du laboratoire, déterminez le poids des objets dont vous avez mesuré les dimensions. Quelle est l'incertitude de la balance ?

   Pour ce laboratoire seulement, ***donnez le détail de tous les calculs***.

Travail demandé

1. Répondez aux questions 7, 8 et 9 dans votre cahier de laboratoire.

2. Faites les calculs des valeurs centrales ainsi que leurs incertitudes. Présentez pour chacun des objets les mesures et résultats dans un tableau distinct. L'aire de la table en m^2, le volume des objets en cm^3 et leur masse volumique en g/cm^3 (***avec les incertitudes***).

2. Utilisez la masse volumique des objets métalliques pour conclure de quel substance il s'agit. N'oubliez pas que les valeurs suivantes sont elles aussi entachées d'incertitude. Vous pouvez également chercher « masse volumique » ou «density»sur le web.

Substance	M_{vol} (g/cm^3)
Pin	0,59
Érable	0,68
Chêne	0,85
Plexiglass	1,18
Verre léger	1,58
Verre lourd	2,50
Aluminium	2,74
Acier	7,86
Cuivre	8,82
Plomb	11,1

Quelques exemples résolus:

1. Trouvez la valeur et l'incertitude d'un courant électrique supposément stable dans le contexte où la mesure a été reprise 9 fois à quelques secondes d'intervalle.
2.

Valeurs de I
(A)
10,487
10,504
10,497
10,500
10,527
10,499

3. Arrondissez et exprimez correctement les valeurs suivantes : (d'abord l'incertitude, ensuite la quantité elle-même en fonction du rang décimal de l'incertitude).
   a) 45,348 ± 0,0947
   b) 45,300 ± 0,0900
   c) 45,251 ± 0,0851
   d) 0,0045348 ± 0,21 %
   e) 45 348 ± 1%
   f) $4{,}5348 * 10^{23} \pm 12\%$

4. Calculez les quantités suivantes avec leur incertitude:
   a) (45,54 ± 0,08) + (15,23 ± 0,21)
   b) (45,31 ± 0,09) * π
   c) (5,54 ± 2%) * (15,23 ± 0,7%)
   d) (5,54 ± 0,08) * (15,23 ± 0,21)
   e) $(45{,}349 \pm 0{,}09)^4$
   f) $\dfrac{(6{,}02 * 10^{23} \pm 0{,}9\%)}{(1{,}602 * 10^{-19} \pm 0{,}1\%)} * G$

5. Trouvez la valeur de Z et de son incertitude dans chacun des exemples suivants si X = (1,31 ± 0,02 rad) et Y = (5,67 ± 0,05 rad) .
   a) Z = sin(X)
   b) Z = tan(X + Y)
   c) Z = log(Y/X)

Réponses:

1. 10,50 ± 0,02

2. a) 45,35 ± 0,09 b) 45,30 ± 0,09 c) 45,25 ± 0,09 d) $(4{,}53 \pm 0{,}01) * 10^{-3}$ e) $(4{,}53 \pm 0{,}05) * 10^{4}$ f) (4,5 ± 0,5) * 1023

3. a) 60.8 ± 0,3 b) 142,3 ± 0,3 c) 84 ± 2 d) 84 ± 2 e) (4,23 ± 0,03) * 106 f) $(2{,}51 \pm 0{,}03) * 10^{32}$

4 a) 0,966 ± 0,005 b) 0,8 ± 0,1 c) 0,64 ± 0,01